

Esame 1

Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

- [1] Un imprenditore ha bisogno di un prestito di € 175.000. La banca A è disposta a concederglielo con rimborso unico di capitale e interessi in $t_A = 2$ anni e 3 mesi, al tasso annuo semplice $i_s = 5,26\%$. Si determini l'interesse I che l'imprenditore dovrà pagare alla scadenza. La banca B gli propone in prestito la stessa somma sempre con rimborso unico di capitale e interessi, con lo stesso interesse I , con durata dell'operazione t_B anni e tasso annuo composto $i_c = 5,29\%$. Determinare t_B e il tasso interno di rendimento i^* in base annua di entrambe le operazioni.
- [2] Si consideri una rendita anticipata perpetua r con rata semestrale costante $R = 20$ euro. Sia il mercato regolato da una legge esponenziale con intensità istantanea d'interesse costante uguale a $\delta(t, s) = \delta$ anni⁻¹. Determinare δ sapendo che il valore di r in $t = 0$ è $V(0; r) = 900$ euro.
- [3] Si consideri un mercato definito all'istante $t = 0$ dalla seguente intensità istantanea di interesse $\delta(0, s) = \alpha + \beta \cdot s$ anni⁻¹, con $\alpha = 0,029$ e $\beta = -0,022$, nel quale sono quotati uno zero coupon bond \mathbf{x} , con durata 1 anno e capitale nominale $C = 100$ euro e un titolo a cedola fissa \mathbf{y} , capitale nominale $K = 100$ euro, durata due anni, cedola annuale definita dal tasso nominale annuo $i_N = 3,3\%$.
Determinare la struttura per scadenza dei prezzi a pronti.
Si consideri un portafoglio \mathbf{P} composto da due unità del contratto \mathbf{x} e γ unità del contratto \mathbf{y} . Determinare γ tale che la duration di \mathbf{P} sia uguale a $D(0; \mathbf{P}) = 1,52$ anni. Calcolare inoltre il valore del portafoglio $V(0; \mathbf{P})$.
- [4] Si consideri l'acquisto all'emissione di un CIS con cedola semestrale, scadenza $m = 6$ anni, valore nozionale $C = 270$ euro.
Ipotizzando che la struttura sia piatta al tasso annuo $i = 4,4\%$, si calcoli il valore del contratto in $t = 0$ e la duration del contratto in $t = 3$ mesi.

Esame 2

Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

- [1] Sia data una rendita perpetua, a rata costante anticipata $R = 20$ euro pagabile all'inizio di ogni anno. Determinare l'intensità istantanea semestrale δ della legge esponenziale che rende equa l'operazione di acquisto della rendita al prezzo $P = 400$ euro. Determinare inoltre la variazione ΔP che deve subire il prezzo della rendita affinché l'operazione di acquisto abbia un tasso interno di rendimento semestrale del $3,15\%$
- [2] Nell'istante $t = 0$ siano trattati sul mercato i seguenti titoli:
- un contratto swap Z , durata due anni, con tasso $z_2 = 3,5\%$ e capitale nozionale $C = 100$ euro;
 - uno zcb \mathbf{x} , durata un anno, capitale nominale 100 euro e prezzo $V(0; \mathbf{x}) = 98,4$ euro;
 - un titolo a cedola fissa \mathbf{y} di durata tre anni, cedole annue, tasso nominale annuo $i_N = 4,0\%$, capitale nominale $C = 100$ euro e prezzo $V(0; \mathbf{y}) = 102,15$ euro.

Si calcolino le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine corrispondenti ai prezzi di mercato osservati in t , esprimendo i tassi su base annua in forma percentuale.

[3] Si consideri un mercato definito all'istante $t = 0$ dall'intensità istantanea di interesse $\delta(0, s) = \alpha + \beta \cdot s$ con $\alpha = 0,06$ e $\beta = 0,003$ nel quale sono presenti:

- a. un titolo a cedola fissa \mathbf{x} , capitale nominale $C = 100$ euro, durata 2 anni, cedola semestrale definita dal tasso nominale annuo $i_N = 4,5\%$
- b. una rendita posticipata \mathbf{r} di durata 2 anni con rata semestrale $R = 55$ euro

Determinare in $t = 0$ le quote γ e η del portafoglio $\mathbf{P} = \gamma\mathbf{x} + \eta\mathbf{r}$ tali che $V(0; \mathbf{P}) = 1.400$ euro e $D(0; \mathbf{P}) = 1,5$ anni.

[4] In $t = 0$ sia quotato sul mercato un contratto indicizzato sincrono \mathbf{X} , scadenza 2 anni, capitale nominale $C = 150$ euro, spread σ , cedola annuale e prima cedola nota al tasso $i(0, 1) = 3,5\%$.

Essendo vigente sul mercato in $t = 0$ la seguente struttura dei tassi:

$$i(0, 1) = 3,5\%$$

$$i(0, 2) = 2,5\%$$

e sapendo che $V(0; \mathbf{X}) = 165$ euro, determinare lo spread σ .

Esame 3

Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

[1] Un individuo deve scegliere fra due modalità di pagamento per acquistare un bene che costa 100.000 euro:

- a. pagare una rata annuale posticipata R_1 per tre anni, secondo un'operazione finanziaria definita da una legge con intensità istantanea d'interesse $\delta(0, s) = \alpha - \beta \cdot s$ anni⁻¹, con $\alpha = 0,02$ e $\beta = -0,04$, tale che il valore attuale del flusso rateale sia pari al prezzo del bene;
- b. pagare sei rate semestrali posticipate di importo R_2 pari alla metà della rata R_1 .

Determinare:

- l'importo R_1 della rata nella modalità di pagamento a.);
- il valore attuale $V(0; \mathbf{r})$ in regime di legge esponenziale con un'intensità istantanea d'interesse $\delta = 4,50\%$ anni⁻¹ del flusso rateale nella modalità b.).

Esame 4

B - Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

- [1] Si consideri un'operazione finanziaria $\mathbf{x}/t = \{-101, 16, 85, 9\}/\{0, 1, t_2, 3\}$ con tempo espresso in anni, definita in regime di legge lineare con tasso d'interesse annuo $i = 5,00\%$. Determinare t_2 affinché l'operazione finanziaria risulti equa in $t_0 = 0$.
- [2] Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 180.000$ euro in 4 anni, a rata annuale posticipata e tasso di ammortamento del $5,00\%$ su base annua. Sapendo che:
- la prima quota capitale è di 56.000 euro;
 - la seconda rata è di 45.000 euro;
 - la terza quota capitale è uguale a $\frac{2}{3}$ della terza rata;

si compili il piano d'ammortamento.

- [3] Si consideri un mercato in cui al tempo $t = 0$ sono quotati:
- a. un TCN \mathbf{x} che paga 100 euro a tre anni, al prezzo a pronti di 92 euro;
 - b. un TCF \mathbf{y} con cedola annuale di 1 euro, nominale 100 euro, durata due anni e prezzo a pronti 95 euro;
 - c. un TCN \mathbf{z} che paga 100 euro a tre anni, con prezzo contrattato in $t = 0$ ma pagabile in $T = 1$ di 95 euro.

Si determini la struttura per scadenza dei tassi a pronti e dei tassi a termine in vigore in questo mercato.

- [4] Si consideri l'acquisto all'emissione di un contratto indicizzato sincrono a cedola semestrale e durata 4 anni, con valore nominale $C = 100$. Ipotizzando che la struttura sia piatta al tasso semestrale $i_{\text{sem}} = 2,00\%$, si calcoli:
- il valore $V(0; \text{CIS})$ e la duration $D(0; \text{CIS})$ espressa in anni del titolo in $t = 0$ (subito dopo l'emissione);
 - il valore $V(t; \text{CIS})$ e la duration $D(t; \text{CIS})$ espressa in anni del titolo in $t = 3$ mesi.

Esame 5

(Nota: La prima parte dell'esercizio 1 è tagliata nell'immagine originale)

- [1] ... rata annuale di 10 euro. Ipotizzando che, in riferimento alla legge esponenziale di tasso annuo $i = 6\%$, sia equo in $t = 0$ lo scambio della rendita \mathbf{r} con la rendita \mathbf{s} , determinare la rata R ed i valori attuali in $t = 0$ delle due rendite.
- [2] Nell'istante $t = 0$ siano quotati sul mercato i seguenti tassi swap:

$$z_1 = 4,1\% \quad z_2 = 4,5\% \quad z_4 = 5,12\%$$

Si calcolino le strutture per scadenza dei tassi di interesse a pronti e a termine corrispondenti ai prezzi di mercato osservati in t , esprimendo i tassi in forma percentuale e su base annua.

[3] Si consideri un mercato obbligazionario in cui al tempo $t = 0$ siano presenti tre titoli obbligazionari \mathbf{x} , \mathbf{y} e \mathbf{z} , i cui valori attuali e duration, calcolati rispetto alla struttura dei tassi in vigore sul mercato, siano:

- a. $V(0; \mathbf{x}) = 200$ euro, $D(0; \mathbf{x}) = 1$ anno
- b. $V(0; \mathbf{y}) = 100$ euro, $D(0; \mathbf{y}) = 2$ anni
- c. $V(0; \mathbf{z}) = 225$ euro, $D(0; \mathbf{z}) = 1,5$ anni.

Si supponga di detenere un portafoglio \mathbf{P} costituito da $\gamma = 1,5$ quote del titolo \mathbf{y} . Determinare quante quote α del titolo \mathbf{x} e quante quote β del titolo \mathbf{z} bisogna aggiungere affinché il portafoglio \mathbf{P} risultante abbia in $t = 0$ valore $V(0; \mathbf{P}) = 1000$ euro e duration $D(0; \mathbf{P}) = 1,5$ anni.

[4] In $t = 0$ sia quotato sul mercato un contratto indicizzato sincrono \mathbf{X} , scadenza 3 anni, capitale nominale $C = 100$ euro, spread σ , cedola annuale e prima cedola nota. Essendo vigente sul mercato in $t = 0$ la seguente struttura dei tassi:

$$i(0, 1) = 4\% \quad i(0, 2) = 4,5\% \quad i(0, 3) = 5,1\%$$

e sapendo che $V(0; \mathbf{X}) = 110$ euro, determinare lo spread σ in termini percentuali.

Esame 6

B - Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

[1] Si consideri l’ammortamento di una somma $S = 220.000$ euro in 3 anni, a rata annuale posticipata variabile e tasso di ammortamento del 4,00% su base annua. Sapendo che $C_1 = 100.000$ euro e $R_2 = 80.000$ euro, determinare le altre due rate, decomporre ciascuna in quota capitale e quota interesse e calcolare il debito residuo dopo il pagamento di ciascuna rata.

[2] Si considerino due rendite perpetue con rate semestrali di uguale importo R , la prima anticipata, la seconda posticipata. Supponendo che siano eque secondo la stessa legge esponenziale e che i valori all’istante $t = 0$ siano rispettivamente 16.500 euro e 15.200 euro, si calcoli la rata e il tasso interno di rendimento espresso in forma percentuale e su base annua.

[3] Si consideri un mercato in cui al tempo $t = 0$ siano quotati:

- a. un CIS con scadenza 4 anni, pagamento cedola ogni 2 anni, prima cedola nota $I = 4$ euro, valore nominale $C = 100$ euro;
- b. uno zero coupon bond che rimborsa in $t = 2$ anni il valore nominale $C = 100$ euro, con prezzo a termine pagabile in $t = 1$ anno $V(0, 1; \text{ZCB}) = 98$ euro;
- c. un titolo a cedola fissa con scadenza 3 anni, cedola annuale $c = 2,85$ euro, valore nominale $C = 100$ euro, prezzo a pronti $V(0; \text{TCF}) = 101$ euro.

Si determini la struttura per scadenza dei prezzi a pronti e a termine con riferimento allo scadenziario $\mathbf{t} = (1, 2, 3)$ anni.

- [4] Si consideri l'acquisto all'emissione di un contratto indicizzato sincrono (CIS) a cedola annua e durata 4 anni, con valore facciale $C = 100$. Ipotizzando che, sia al tempo $t = 0$ sia al tempo $t' = 3$ mesi, la struttura sia piatta al tasso annuo $i = 2,5\%$, si calcoli il valore $V(t; \text{CIS})$ del titolo in $t = 0$ e il valore $V(t'; \text{CIS})$ del titolo in $t' = 3$ mesi. Si calcoli inoltre la duration $D(t; \text{CIS})$ in $t = 0$ del contratto.

Esame 7

Esercizi (riportare i risultati nella sezione “Soluzioni”; svolgere i calcoli nel foglio protocollo che deve essere riconsegnato)

- [1] Si consideri l'investimento di una somma $S = 23.000$ euro. Assumendo che il capitale raddoppi in $T = 15$ anni, si calcoli il tasso annuo di interesse i_1 in legge lineare e il tasso annuo di interesse i_2 in legge esponenziale, esprimendoli in forma percentuale. Calcolare l'interesse prodotto dall'investimento nei primi sette anni, in ciascuno dei due casi, indicando con I_1 quello relativo alla legge lineare di parametro i_1 e con I_2 quello relativo alla legge esponenziale di parametro i_2 .
- [2] Si consideri l'ammortamento di una somma $S = 135.000$ euro in 3 anni, a rata annuale posticipata variabile e tasso di ammortamento del $1,35\%$ su base trimestrale in legge esponenziale. Sapendo che $C_1 = 27.000$ e $R_2 = 44.000$ euro, completare il piano di ammortamento.
- [3] Supponendo che l'intensità istantanea di interesse in vigore sul mercato al tempo $t = 0$ sia $\delta(0, s) = \alpha + \beta \cdot s$ anni⁻¹, con $\alpha = 0,0264$ e $\beta = 0,00427$ e con $s = 1, 2, 3$, calcolare la struttura dei tassi a pronti $i(0, s)$ e la struttura dei tassi a termine $i(0, s - 1, s)$, espressi in forma percentuale e su base annua.
- [4] In $t = 0$ siano quotati sul mercato i seguenti tassi swap:

$$z_1 = 2,4\% \quad z_2 = 3,1\% \quad z_3 = 3,6\% \quad z_4 = 3,9\%$$

Si consideri un investitore che ha un attivo a tasso fisso di valore nominale $C = 100$ euro, durata 4 anni, rimborso del capitale in unica soluzione a scadenza, che paga una cedola annua pari a 4,5 euro e che “trasforma” il suo investimento da tasso fisso a tasso variabile mediante la stipula di un contratto di *interest rate swap*. Si calcoli lo spread σ dell'attività sintetica a tasso variabile \mathbf{Y} e si dica se l'attività sintetica quota sopra o sotto la pari, calcolandone anche il valore in $t = 0$.